

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (6 نقط)

a و b عدنان طبيعيان حيث $b = 2006$ ، $a = 1428$

1/ أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

ج) هل العدنان a و b متوافقان بترديد 9 ؟ برّر إجابتك .

2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9 ؟

ب) استنتج باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3

التمرين الثاني (5 نقط)

(u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كما يلي : $u_n = 3n+1$

1/ احسب u_0, u_1, u_2 .

2/ بين أن (u_n) حسابية يطلب تعيين أساسها . عين اتجاه تغير (u_n) .

3/ تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية (u_n) . ما رتبته؟

4/ أحسب المجموع : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$

التمرين الثالث (9 نقط)

f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = x^3 - 3x$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $f(-1)$ ، $f(-2)$.

2) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) احسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها .

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .

ج) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

الدرس وضعيية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) . ماذا تستنتج ؟

د) أرسم (C_f) و (Δ) .

العلامة		عناصر الإجابة	الموضوع الأول	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة			
06	1		التمرين الأول : (06 ن) $b=2006$ ، $a=1428$ 1 (أ) $1428=9(158)+6$	الموافقة
	1		أي $1482 \equiv 6[9]$ و منه باقي قسمة a على 9 هو 6 ب) $b-(-1)=2007=9 \times 223$ اذن $b-(-1) \equiv 0[9]$	
	1		أي $b \equiv -1[9]$	
	1		ج) بما أن $b \equiv -1[9]$ فإن $b=8 \equiv [9]$ و منه باقي قسمة b على 9 هو 8 بما أن العددين a و b ليس لهما نفس الباقي على 9 فإنهما غير متوافقين على 9.	
	0,5			
	0,5		2 (أ) $a+b^2 \equiv 6+(-1)^2[9]$	
	0,5		$a+b^2 \equiv 7[9]$ باقي قسمة $a+b^2$ على 9 هو 7 . ب) حسب نتيجة السؤال (أ)	
	0,5		$a+b^2 = 9k+7$ ($k \in \mathbb{N}$) $= 3(3k+2)+1$ $= 3k'+1$ ($k' = 3k+2$) باقي قسمة $a+b^2$ على 3 هو 1	
05	3×0,25		التمرين الثاني : 05 ن	القسمة الإقليدية
	0,5		$u_n = 3n+1$ $u_0 = 1$ $u_1 = 4$, $u_2 = 7$ (1)	
	0,5		$u_{n+1} = 3(n+1)+1 = 3n+4$ (2)	
	0,5		$u_{n+1} - u_n = (3n+4) - (3n+1) = 3$ اذن (u_n) حسابية أساسها 3 . و هي متتالية متزايدة تماما لأن أساسها موجب.	
	0,5		$u_n = 2008$ (3)	
	0,5		$u_{n+1} = 2008$ و منه $n = 669$	
	0,5		بما أن 669 عدد طبيعي فإن 2008 حد من المتتالية و رتبته 670.	

الإجابة

محاور الموضوع

المتتاليات

الموافقات

محاور الموضوع	العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع															
	المجموع	مجزأة																	
		0,5 0,5 0,25	<p>(4) حساب المجموع :</p> $s = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$ <p>s مجموع 670 حدا الأولى للمتتالية (u_n)</p> $s = \frac{670}{2}(u_0 + u_{669})$ $= 335(1 + 2008)$ $= 335 \times 2009$ $s = 673015$																
		0,5 0,5 1 0,5 0,25 0,25	<p>التمرين الثالث : (09 ن)</p> $f(x) = x^3 - 3x$ <p>(1) $f(-1) = 2$; $f(-2) = -2$</p> <p>(2) أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p> <p>ب) من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $f'(x) = 3x^2 - 3$</p> $f'(x) = 0$ $3x^2 - 3 = 0$ <p>إشارة $f'(x)$</p> <p>$(x = 1)$ أو $(x = -1)$</p> <p>$x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ من اجل $f'(x) > 0$</p> <p>$x \in]-1, 1[$ من اجل $f'(x) < 0$</p> <p>جـ)</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+1$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>تغير f</td> <td></td> <td>\nearrow</td> <td>\searrow</td> <td></td> </tr> </table> <p>(3) أ) $f(x) = 0$ معناه $x^3 - 3x = 0$ و منه $x(x^2 - 3) = 0$ اذن مجموعة الحلول هي : $\{0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$</p> <p>ب) حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل . احداثيات النقط هي $(\sqrt{3}, 0)$, $(-\sqrt{3}, 0)$, $(0, 0)$</p> <p>ج) معادلة (Δ) $y = -3x$ اشارة $f(x) - y$ الإستنتاج</p> <p>د) رسم (C_f) , (Δ)</p>	x	$-\infty$	-1	$+1$	$+\infty$	$f'(x)$		0	0		تغير f		\nearrow	\searrow		الدوال
x	$-\infty$	-1	$+1$	$+\infty$															
$f'(x)$		0	0																
تغير f		\nearrow	\searrow																
		0,5 0,75 1,5 0,75 0,5 0,25 1,5	<div style="border: 2px solid black; padding: 10px; display: inline-block; font-size: 2em; font-weight: bold; margin: 10px;">70</div>																